CURSO PROPEDÉUTICO
DE
HABILIDAD MATEMÁTICA

CBTis 231

AGOSTO 2024

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DEL CURSO PROPEDÉUTICO
“HABILIDAD MATEMÁTICA”

FECHA	TEMA	PAGINA	HORA
26/08/2024	Suma y resta de números enteros.	1-8	7:00-8:30 horas.
26/08/2024	Multiplicación y división de números enteros.	9 - 23	8:30-10:00 horas.
27/08/2024	Jerarquía de operaciones.	24 - 28	7:00-10:00 horas.
28/08/2024	**Primera evaluación.**		7:00-8:00 horas.
28/08/2024	Suma de números racionales.	28 - 33	8:00-10:00 horas
29/08/2024	Resta de números racionales.	33 - 36	7:00-8:30 horas.
29/08/2024	Multiplicación y división de números racionales.	37 - 39	8:30-10:00 horas.
30/08/2024	**Segunda evaluación.**		7:00-9:00 horas.
30/08/2024	**Retroalimentación final.**		9:00-10:00 horas.

Contenido

Introducción

Bienvenidos al Cuadernillo de Matemáticas del Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 231. Este material ha sido diseñado para acompañarlos en el curso propedéutico, preparándolos para el ingreso al primer semestre de bachillerato. La transición hacia el bachillerato es un momento crucial en su formación académica, y las habilidades matemáticas que desarrollarán en este curso serán fundamentales para su éxito en los estudios y en la vida cotidiana.

El cuadernillo contiene diez temas esenciales que forman la base de la matemática en el nivel medio superior. Cada tema ha sido cuidadosamente seleccionado para asegurar que comprendan y manejen conceptos básicos, lo que les permitirá enfrentar con confianza los desafíos académicos futuros.

Contenido del Cuadernillo

1. **Adición o Suma de Números Naturales**: En este tema, revisaremos las técnicas básicas para sumar números naturales, desarrollando habilidades esenciales para resolver problemas cotidianos y académicos.
2. **Resta o Sustracción de Números Naturales**: Aprenderemos a restar números naturales, un proceso fundamental para el manejo de situaciones de resta y la solución de problemas más complejos.
3. **Multiplicación de Números Enteros**: La multiplicación es una operación clave en matemáticas. Exploraremos métodos para multiplicar números enteros, entendiendo su aplicación práctica en diversas áreas.
4. **División de Números Enteros**: La división, una operación inversa a la multiplicación, nos permitirá descomponer números en partes más pequeñas, una habilidad esencial para el análisis de datos y resolución de problemas.
5. **Jerarquía de Operaciones**: Conoceremos las reglas que determinan el orden en que se deben realizar las operaciones matemáticas para obtener resultados correctos y precisos.
6. **Introducción a los Números Racionales**: Este tema nos introducirá al concepto de números racionales, extendiendo nuestro conocimiento más allá de los números enteros y naturales.
7. **Suma de Números Racionales**: Aprenderemos a sumar números racionales, desarrollando habilidades para manejar fracciones y decimales en diferentes contextos.
8. **Resta de Números Racionales**: Abordaremos la resta de números racionales, comprendiendo cómo manipular fracciones y decimales de manera efectiva.
9. **Multiplicación de Números Racionales**: Exploraremos la multiplicación de números racionales, aplicando técnicas que faciliten el manejo de fracciones y decimales en situaciones prácticas.
10. **División de Números Racionales**: Finalmente, aprenderemos a dividir números racionales, completando nuestra comprensión de las operaciones básicas con fracciones y decimales.

Objetivos del Cuadernillo

Este cuadernillo tiene como objetivo proporcionar una base sólida en matemáticas, fortaleciendo sus habilidades y preparándolos para los desafíos académicos del bachillerato. A lo largo de cada tema, encontrarán explicaciones claras, ejemplos prácticos y ejercicios que les permitirán aplicar lo aprendido y afianzar sus conocimientos.

Esperamos que este material sea una herramienta valiosa en su camino educativo, ayudándolos a desarrollar una comprensión profunda y duradera de los conceptos matemáticos fundamentales. Les deseamos mucho éxito en su curso propedéutico y en su futura trayectoria académica.

¡Adelante con entusiasmo y dedicación!

1.ADICIÓN O SUMA DE NÚMEROS NATURALES.

Símbolo o signo de la suma: La representación o signo de la suma es mediante una cruz “+” que se le conoce como “**más**” o “positivo”.

1.1 Partes de la suma.

Al realizar una operación de suma se tienen dos partes o elementos:

- **Sumandos**: Corresponde a los números a sumar.
- **Suma**: Es el resultado suma o total.

2 ← Sumando

\+

1 ← Sumando

---

3 ← Suma

Otra forma de representar la suma anterior sería: 1 + 2 = 3 (1 es un Sumando, 2 es un Sumando y 3 es el Resultado Suma o Total).

Nota: La palabra suma designa tanto la operación a realizar como el resultado obtenido de la misma.

1.2 ¿Cómo podemos sumar?

Existen diferentes métodos de aprendizaje para la realización de sumas, entre estos métodos podemos encontrar especialmente dos, los cuales son utilizados para números de cantidades pequeñas y el otro método para números de cantidades grandes.

- **Sumar en línea**: Es empleada en **sumandos de una cantidad pequeña**, conforme se obtenga experiencia va aumentando la facilidad de este método para números más grandes. Se debe considerar que para una persona que está aprendiendo matemáticas 3 + 5 puede ser un poco confuso, pero el propósito es poco a poco subir la dificultad. Este método ayuda al aprendizaje de cálculo mental.

Ejemplos:

5 + 3 = 8

6 + 4 = 10

8 + 3 = 11

3 + 4 = 7

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 3 + 9 =

B) 4 + 5 =

C) 5 + 2 =

D) 7 + 4 =

E) 8 + 7 =

- **Sumar en Columna**: Es un método para la realización de **sumandos grandes**, consiste en poner los sumandos uno sobre el otro, es importante observar que los números deben estar con sus correspondientes, por lo tanto, se debe considerar una estructura de las unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas y así sucesivamente. Para identificar las unidades, decenas y centenas del número 218, primeramente, debemos empezar de derecha a izquierda, esto quiere decir que tenemos 8 unidades, 1 decena y 2 centenas, lo que equivale a 8+10+200=218.

Vea el siguiente video para una mejor compresión de la suma: **https://www.youtube.com/watch?v=WAucYao8whY**

Ejemplos:

	24		52		346		563
+	15	+	44	+	243	+	326
	39		96		589		889

Ejercicios para hacer en la clase:

	12		32		45		92
A) +	16	B) +	45	C) +	54	D) +	05
	-		-		-		-

En algunas sumas vamos a tener el caso de la **llevada** y puede complicar las operaciones a realizar, se recomienda tener un orden para facilitar la suma y obtener el resultado correcto. **¿Qué es la llevada?** Suponiendo que tenemos 34 + 28 = 62, primeramente, debemos sumar las unidades 8+4 = 12 por lo tanto tenemos "2" como unidad y "1" como decena. La decena obtenida "1" sería la "llevada" para la posición siguiente correspondiente a las decenas 3 + 2 + 1(llevada) = 6 decenas o podríamos interpretar como 3 + 2 = 5 y posteriormente sumar la llevada 5+1 = 6.

Ejemplos:

1	1	01	11
16	53	127	364
+ 25	+ 19	+ 154	+ 187
41	72	281	551

El número rojo representa la llevada.

Ejercicios para hacer en la clase:

12	26	128	258
A) + 18	B) + 45	C) + 118	D) + 258

1.3 Suma con decimales

Cuando se suman números con decimales, es importante alinear los números de acuerdo a la cantidad que representan, así como los puntos de estas cantidades: se alinean a la izquierda del punto las unidades, decenas, centenas y unidades de millar; a la derecha del punto se alinean los décimos, centésimos y milésimos.

Ejemplos:

0	1	01	111 1
5.2	6.8	43.7	364.67
+ 4.6	+ 4.3	+ 53.7	+ 187.38
9.8	11.1	97.4	552.05

El número rojo representa la llevada.

Ejercicios para hacer en la clase:

A) $\begin{array}{r} 8.2 \\ +\ \underline{1.6} \end{array}$	B) $\begin{array}{r} 15.42 \\ +\ \underline{13.68} \end{array}$	C) $\begin{array}{r} 111.82 \\ +\ \underline{8.63} \end{array}$	D) $\begin{array}{r} 342.86 \\ +\ \underline{652.96} \end{array}$

2.RESTA O SUSTRACCION DE NÚMEROS NATURALES.

La **resta** (también conocida como **sustracción**) es una de las cuatro **operaciones básicas de la aritmética** que consiste en la diferencia entre una cierta cantidad con respecto a otra.

Símbolo o signo de la resta. La representación o signo de la resta es mediante una línea intermedia o guion "-" que se le conoce como "**menos**" o "negativo".

Nota: En la resta sólo se pueden restar 2 números a la vez, se considera un término con signo positivo (+) y el otro término con signo negativo (-).

2.1 Partes de la resta

Al realizar una operación de resta se tienen tres elementos:

- **Minuendo**: El número al que se le va a restar o sustraerá una cantidad indicada en el sustraendo.
- **Sustraendo**: El número que se resta.
- **Diferencia**: El resultado de la operación al restar un número del otro.

5 ← Minuendo

\-

2 ← Sustraendo

____

3 ← Diferencia

Otra forma de representar la resta anterior sería: 5 - 2 = 3 (5 es el minuendo, 2 es el sustraendo y 3 es la diferencia o el resultado de la resta).

Nota: En algunos casos pueden llamar la "diferencia" como "resta", dependiendo del autor.

2.2 Propiedades de la resta

Las propiedades de la resta son muy diferentes a las propiedades de la suma, debido a la operación realizada se pueden dar algunos casos especiales de cambio de signo en donde el resultado es negativo.

- **Sustraendo**: Esta propiedad nos indica que al aumentar el valor del sustraendo el resultado(diferencia) disminuye, por lo tanto, al disminuir el valor del sustraendo el resultado(diferencia) aumenta. Por ejemplo:

  6 - 4 = 2

  6 - 3 = 3

  6 - 5 = 1

  El primer valor del sustraendo es de 4 y el resultado es 2, al disminuir el sustraendo a 3 el resultado es 3 y al aumentar el sustraendo a 5 el resultado es 1.

- **Uniformidad**: Al variar proporcionalmente el minuendo y el sustraendo la diferencia se mantendrá. Por ejemplo:

  8 - 3 = 5

  (8 + 2) - (3 + 2) = 10 - 5 = 5

2.3 ¿Cómo podemos restar?

Existen diferentes métodos de aprendizaje para la realización de restas, entre estos métodos podemos encontrar especialmente dos, los cuales son utilizados para números de cantidades pequeñas y el otro método para números de cantidades grandes.

- **Restar en línea**: Es empleada cuando se van a **extraer cantidades pequeñas al minuendo**, conforme se obtenga experiencia va aumentar la facilidad de este método para números más grandes. Tener en consideración que al iniciar en el mundo de las matemáticas una operación 4-2 puede ser confuso, pero el propósito es poco a poco subir la dificultad y en esta web puedes encontrar ejercicios de mayor dificultad. Este método ayuda al aprendizaje de cálculo mental.

Ejemplos:

5 - 3 = 2
7 - 2 = 5
5 - 2 = 3
8 - 4 = 4

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 8 - 4 =   B) 3 - 2 =   C) 9 - 4 =   D) 8 - 7 =

- **Resta en columna**: Es un método para la realización de una **extracción grande al minuendo**, consiste en poner el minuendo sobre el sustraendo, es importante poner en columnas los números para que estén con sus correspondientes, por lo tanto, se debe considerar una estructura de las unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas y así sucesivamente. Supongamos el número 415, primeramente, debemos empezar de derecha a izquierda, esto quiere decir que tenemos 5 unidades, 1 decena y 4 centenas, lo que equivale a 5 + 10 + 400 = 415.

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de la sustracción o resta de números naturales: **https://www.youtube.com/watch?v=yZ96lzzjHeg**

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 28 \\ -\ 15 \\ \hline 13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ -\ 44 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 346 \\ -\ 243 \\ \hline 103 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 563 \\ -\ 321 \\ \hline 242 \end{array}$$

Ejercicios para hacer en la clase:

$$\text{A)}\ \begin{array}{r} 18 \\ -\ 16 \\ \hline \end{array} \qquad \text{B)}\ \begin{array}{r} 68 \\ -\ 45 \\ \hline \end{array} \qquad \text{C)}\ \begin{array}{r} 55 \\ -\ 54 \\ \hline \end{array} \qquad \text{D)}\ \begin{array}{r} 97 \\ -\ 05 \\ \hline \end{array}$$

En algunas restas vamos a tener el caso de la **llevada** y puede complicar las operaciones a realizar, se recomienda tener un orden para facilitar la resta y obtener el resultado correcto. **¿Qué es la llevada en una resta?** Suponiendo que tenemos 32 – 8 = 24, ya que en la columna de unidades el número 8 es mayor que el número 2 entonces debe pedir ayuda a la columna siguiente que corresponde a 3 decenas, al pedir ayuda a 3 decenas se resta 1 a esa columna, ya que en realidad estamos extrayendo 10 unidades o su equivalente 1 decena para que el número 2 ahora sea 12, por consiguiente ya podríamos hacer la resta en la columna de unidades 12-8 =4 (tenemos de resultado 4 unidades), ahora pasamos a la columna de decenas en donde del número 30 o 3 decenas se le resta las 10 unidades o 1 decena que se le pidió prestado, por lo tanto, 30 – 10 = 20 unidades o 3-1 = 2 decenas. Agrupamos las unidades y las decenas obteniendo como resultado 20 + 4 = 24 o el equivalente como 2 decenas + 4 unidades = 24.

Ejemplos:

2	4	5	25
34	53	163	364
- 25	- 19	- 154	- 187
09	34	009	177

El número rojo representa el nuevo valor del minuendo ya que número a la derecha le pidió ayuda.

Ejercicios para hacer en la clase:

21	63	124	308
A) - 12	B) - 45	C) - 118	D) - 258

2.4 Resta con decimales

Cuando se restan números con decimales es importante alinear los números de acuerdo a la cantidad que representan, así como los puntos de estas cantidades: Se alinean a la izquierda del punto las unidades, decenas, centenas y unidades de millar; a la derecha del punto se alinean los décimos, centésimos y milésimos.

Ejemplos:

4	5		23 5
5.2	6.3	63.7	342.67
- 4.6	- 4.4	- 53.7	- 187.38
0.6	1.9	10.0	155.29

El número rojo representa el nuevo valor del minuendo ya que el número a la derecha le pidió ayuda.

Ejercicios para hacer en la clase:

A) $\begin{array}{r} 8.2 \\ - \underline{1.6} \end{array}$	B) $\begin{array}{r} 15.42 \\ - \underline{13.68} \end{array}$	C) $\begin{array}{r} 111.82 \\ - \underline{8.63} \end{array}$	D) $\begin{array}{r} 842.86 \\ - \underline{652.96} \end{array}$

Ejercicios aplicados para trabajar en casa:

1. Para cubrir gastos de ingreso a estudiar la Educación Media superior, José recibió de sus padres el siguiente apoyo económico: Pasajes; 350 pesos, comida 160 pesos y 650 pesos para aportación voluntaria de inscripción. ¿Cuánto recibió de dinero José de sus padres para ingresar a la educación media superior?

2. Un agricultor de papaya Maradol tiene en existencia 8650 plantas en semilleros, pero solo tiene superficie de terreno para plantar 4530 plantas, por lo que decidió vender las sobrantes. ¿Cuántas plantas en semilleros necesita vender el agricultor?

3. Un migrante camino a Estados Unidos, en su trayectoria recorrió; el primer día 36.5 km, el segundo día recorrió 33.4 km y el tercer día solo avanzó 30.1 km. ¿Cuántos kilómetros recorrió el migrante en tres días?

4. El grupo de cuarto semestre de la Especialidad de Preparación de Alimentos y Bebidas del CBTis No. 231, adquirió 58.50 kg. de harina para elaborar productos de repostería, durante un mes ha usado la cantidad de 22.25 kg. de harina para elaborar panes. ¿Cuántos kilogramos de harina debe tener en existencia el grupo?

3.MULTIPLICACIÓN DE NUMEROS ENTEROS

IMPORTANTE:

Todos los estudiantes deben saberse de memoria las tablas de multiplicar, debido a que es un aspecto básico que se utiliza en los 6 semestres de este nuevo nivel educativo que inicias y a niveles educativos posteriores.

También para el tema que viene (división) se utilizan las tablas, por lo que es necesario que se sepan las tablas de multiplicar del 2 al 9, de memoria; en otras palabras, al responder cualquier resultado de las tablas de multiplicar, debe ser automático, sin pensarlo.

3.1 La regla de los signos

La regla de los signos, también conocida como ley de los signos, también debe ser memorizada:

MULTIPLICACIÓN

(+) x (+) = +

(+) x (-) = -

(-) x (+) = -

(-) x (-) = +

DIVISIÓN

(+) ÷ (+) = +

(+) ÷ (-) = -

(-) ÷ (+) = -

(-) ÷ (-) = +

La multiplicación de números enteros es una operación matemática fundamental que combina dos números enteros para producir un tercer número, llamado el producto. Esta operación puede aplicarse a cualquier par de enteros, ya sean positivos, negativos o cero.

La multiplicación de números enteros se puede interpretar como la adición repetida de uno de los números tantas veces como indica el otro número.

Símbolo o signo de la multiplicación. La representación o signo de la multiplicación se conoce como "por" y se representa mediante un aspa o equis (x), también se puede representar con un punto medio (·). En ausencia de estos caracteres se suele emplear el asterisco (*) como signo de multiplicación, es común en computación para los lenguajes de programación.

Por ejemplo, la multiplicación 3 X 4 se interpreta como sumar 3 cuatro veces: (3 + 3 + 3 + 3 = 12)

3.2 Propiedades de la multiplicación

En cuanto a las propiedades de la multiplicación de Enteros:

Propiedad Conmutativa: El orden de los factores no altera el producto: 3X4 = 4X3.

Propiedad Asociativa: La manera en que se agrupan los factores no cambia el producto: 5X(2X3) = 2X(5X3)

Propiedad Distributiva: Multiplicar un número por una suma es lo mismo que multiplicar cada sumando por ese número y luego sumar los productos: 6X(9+4)=6X9+6X4

Elemento Neutro: El número 1 es el elemento neutro multiplicativo, ya que cualquier número multiplicado por 1 es igual a sí mismo.

Propiedad de Cero: Cualquier número multiplicado por 0 es igual a 0

3.3 Visualización y Ejemplos Prácticos:

Uso de Rectas Numéricas

- Para comprender la multiplicación de números enteros, puedes usar una recta numérica.

Multiplicar 2X3 se puede visualizar como dos pasos de tres unidades cada uno hacia la derecha, comenzando desde cero.

Multiplicar -2X3 se visualizaría como dos pasos de tres unidades hacia la izquierda, comenzando desde cero.

Partes de la multiplicación.

Al realizar una operación de multiplicación se pueden considerar 2 elementos importantes, pero uno de estos elementos contiene a otros 2 elementos:

- **Coeficiente o Factores**: Corresponde a los números que se multiplican y éste a su vez se descompone en dos términos:
  - **Multiplicando**: Número que se está multiplicando o número a sumar.
  - **Multiplicador**: Veces que debe sumarse el multiplicando.

- **Producto**: Es el resultado de la multiplicación.

$$\left.\begin{array}{l} \;\;3 \leftarrow \text{Multiplicando} \\ \text{x} \\ \;\;2 \leftarrow \text{Multiplicador} \end{array}\right\} \text{Factores}$$

$$\overline{\;\;6 \leftarrow \text{Producto}\;\;}$$

Otras formas de representar la multiplicación anterior sería:

- 3 x 2 = 6 (3 es el Multiplicando, 2 es el Multiplicador y 6 es el Producto).
- (3)(2) =6 (3)·(2) =6 (3)*(2) =6

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de la multiplicación:

https://www.youtube.com/watch?v=fR36CMEZPrc

Existen diferentes métodos de aprendizaje para la realización de multiplicaciones, entre estos métodos podemos encontrar especialmente dos, los cuales son utilizados para números de cantidades pequeñas y el otro método para números de cantidades grandes.

- **Multiplicación en línea**: Es empleada en **multiplicaciones de una cantidad pequeña**, conforme se obtenga experiencia aumenta la facilidad de este método para números más grandes. Se debe considerar que para una persona que está aprendiendo matemáticas 6 x 8 puede ser un poco confuso, pero el propósito es poco a poco elevar la dificultad. Este método ayuda al aprendizaje del cálculo mental.

Ejemplos:

2 x 4 = 8
-3 x 3 = -9

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 2 x 4 = B) -3 x 2 = C) 4 x 2 = D) 3 x -3 = E) -8 x -2 =

Ejemplos de la Vida Real:

- Si tienes 4 bolsas con 3 manzanas cada una, tienes un total de 4X3 = 12.

- Si pierdes 5 dólares al día durante 7 días, pierdes un total de -5X7 = -35 dólares.

Ejercicios para trabajar en casa

a) 4 x 3 =
b) -6 x (-7)=
c) 5 x (-5)=
d) -7 x 4 =
e) 9 x 8 =

Ejercicios aplicados para trabajar en casa

a) Si tengo 5 cajas de focos y cada caja contiene 3, ¿Cuántos focos tengo en total?

b) Al realizar un pozo, cada día escarbo 9 cm; ¿cuántos cm avanzo en la semana?

c) Una persona me ayuda con el pozo. Me cobra 8 dólares por día. ¿Cuánto le pago a la semana?

3.4 Multiplicar en Columna

Es un método para la realización de **multiplicaciones grandes**, consiste en poner el multiplicando sobre el multiplicador, es importante observar que los números deben estar con sus correspondientes, por lo tanto, se debe considerar una estructura de las unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas y así sucesivamente. Para identificar las unidades, decenas y centenas del número 418, primeramente, debemos empezar de derecha a izquierda, esto quiere decir que tenemos 8 unidades, 1 decena y 4 centenas, lo que equivale a 8+10+400=418.

Ejemplos:

4	-3
X2	X3
8	-9

Ejercicios para hacer en la clase:

-2	-3	4	3	-6
X6	X9	X0	X(-3)	X(-2)

Ejercicios para trabajar en casa

-1	2	5	0	-9
X6	X(-9)	X1	X(-3)	X(-9)

En algunas multiplicaciones vamos a tener el caso de la **llevada** y puede complicar las operaciones a realizar, se recomienda tener un orden para facilitar la multiplicación y obtener el resultado correcto. **¿Qué es la llevada?** Suponiendo que tenemos 13 x 4 = 52, primeramente, debemos multiplicar las unidades 3 x 4 = 12 por lo tanto tenemos "2" como unidad y "1" como decena. La decena obtenida "1" sería la "llevada" para la posición siguiente correspondiente a las decenas 1 x 4 = 4 y debemos sumar la (llevada); por lo tanto 4 + 1(llevada) = 5 decenas, obteniendo como resultado 2 unidades y 5 decenas que corresponde a 52.

Ejemplos:

1	2	12	11
16	15	147	264
x2	x4	x3	x3
32	60	441	792

El número rojo representa la llevada que debe sumarse.

Ejercicios para hacer en la clase:

12	26	128	258
A) x3	B) x3	C) x2	D) x3

Ejemplos:

16	35	17	264
x12	x24	x13	x23
+ 32	+ 140	+ 41	+ 792
16	70	17	528
192	840	211	6072

El número rojo representa el producto o resultado de la multiplicación.

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 12 x23	B) 26 x43	C) 128 x52	D) 258 x123

3.5 Multiplicación con decimales

Cuando se multiplican números con decimales, la operación se lleva a cabo de la misma forma en que se multiplican números enteros, aunque es importante saber cómo colocar el punto decimal en el producto final.

Por ejemplo, para multiplicar A)15 x 2.3 y B)1.5 x 2.3:

Para colocar el punto en el producto final, se cuentan los espacios a la derecha del punto decimal. En el primer caso solo hay un número, esto quiere decir que el punto decimal se colocará un espacio a la izquierda del producto final.

En el segundo caso hay dos números a la derecha del punto decimal, esto quiere decir que el punto se colocará dos espacios a la izquierda del producto final.

Ejemplos:

A)		B)	
	2.3		2.3
	x15		x1.5
+	115	+	115
	23		23
	34.5		3.45

El número rojo representa el desplazamiento del punto.

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 8.2 x16	B) 15.4 x .6	C) 11.82 x3	D) 32.86 x5

E) 5.872 X -9	F) -2560 X 0.05	G) 0.846 X -98	H) -9512 X(-0.76)	I) 0.059 X 321

Ejercicios para trabajar en casa:

	-0.806		0.009		-4859		-9684		6.089
J)	X 503	K)	X(-952)	L)	X(-0.804)	M)	X 0.009	N)	X(-987)

Ejercicios aplicados para trabajar en casa:

1. Si tengo 4 bolsas de frijol que contienen 0.25 kg cada una, ¿cuántos kilogramos tengo en total?
2. Se tengo 5 galones (un galón son 3.7 litros) de mezcal, de cuantos litros debe ser el recipiente para transportarlo
3. ¿Cuál es el perímetro de una cubeta de 40 cm de diámetro? Toma como valor de π= 3.1416
4. Si mi avión alcanza una millonésima parte de la velocidad de la luz (1,000,000,000 km/h), ¿cuál es su velocidad?
5. Si tengo un terreno de 102.56 m de largo y 59.92 m de ancho, ¿Cuál es el área del terreno?

4.DIVISIÓN DE NUMEROS ENTEROS

La división es una de las cuatro operaciones básicas de la aritmética que consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). La división se puede considerar una operación equivalente a la resta ya que el número dividido se puede poner como equivalente en una resta, por ejemplo: 6 / 2 = 3 que corresponde a 6 – 2 = 4 (1ra resta), 4 – 2 = 2 (2da resta) y 2 – 2 = 0 (3ra resta), por lo tanto, se concluye que tenemos 3 restas y es el equivalente a dividir 6 / 2 = 3

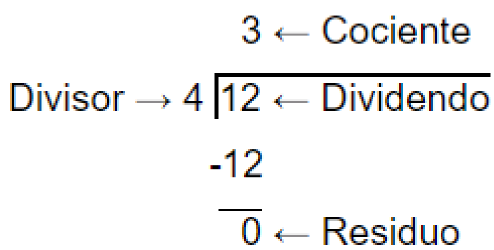
4.1 SÍMBOLO O SIGNO DE LA DIVISIÓN.

La representación o signo de la división que se le conoce como “entre”, es mediante una diagonal (/) o un óbelo (÷), en algunos casos se representa con dos puntos (:).

Partes de la división

Al realizar una operación de división se pueden considerar 4 elementos importantes:

- **Divisor**: Es la cifra o cantidad por la cual dividiremos, según la cantidad que nos indica el dividendo.
- **Dividendo**: Es la cantidad que queremos repartir y por la cual vamos a realizar la división.
- **Cociente**: Es el resultado de la división
- **Residuo**: El residuo o también conocido como resto, es el número o cifra sobrante de la división.



Otras formas de representar la división considerando el dividendo (D) y el divisor (d):

D / d   D ÷ d   D : d

Existen diferentes métodos de aprendizaje para la realización de divisiones, entre estos métodos podemos encontrar especialmente dos, los cuales son utilizados para números de cantidades pequeñas y el otro método para números de cantidades grandes.

4.2 DIVISIÓN DIRECTA

Es empleada en **divisiones de una cantidad pequeña**, conforme se obtenga experiencia va aumentando la facilidad de este método para números más grandes. Se debe considerar que para una persona que está aprendiendo matemáticas 8/4 puede ser un poco confuso, pero el propósito es poco a poco subir la dificultad. Este método ayuda al aprendizaje de cálculo mental.

Ejemplos:

$$4 / 4 = 1$$
$$(-8) / 2 = -4$$
$$6 / (-3) = -2$$
$$(-9) / (-3) = 3$$

Ejercicios para hacer en la clase:

A) 4 / (-2) =

B) (-6) / 2 =

C) (-8) / (-4) =

D) 2 / 1 =

División por partes:

Es un método para la realización de **divisiones grandes**, es importante tener un orden en el acomodo de los números ya que al colocarlos en una posición inadecuada puede generar un error en la división. Considerando el ejercicio 52/2 de los ejemplos a continuación, primeramente, vemos si la primera unidad que es 5 es divisible entre 2, al hacer la operación tenemos que 5/2=2 y tenemos un residuo de 1, posteriormente al residuo "1" le vamos a agregar el número "2", ahora debemos dividir 12/2= 6 y tenemos un residuo de "0" por lo tanto se considera como división exacta.

$$\begin{array}{r} 26 \\ 2\,\overline{)52} \\ -4 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3\,\overline{)12} \\ -12 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 3\,\overline{)18} \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ 3\,\overline{)36} \\ -3 \\ \hline 06 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ejercicios para hacer en la clase:

A) $2\overline{)18}$ = B) $8\overline{)32}$ = C) $2\overline{)36}$ = D) $5\overline{)65}$ =

En algunas divisiones vamos a tener el caso del residuo. **¿Qué es el residuo o resto?** Corresponde al número que sobra de la división, en algunos casos podemos extender la división agregando un punto decimal y de esta forma llegar a obtener un residuo de 0, pero en otros casos puede resultar un residuo constante, en la sección de división con punto decimal se explica el procedimiento.

Las **divisiones exactas** son aquellas en las que el residuo es igual a 0 y por otra parte las **divisiones inexactas** son aquellas en las que se tiene un residuo diferente a cero.

Ejemplos:

4	6	3	8
$3\overline{)14}$	$4\overline{)25}$	$9\overline{)33}$	$7\overline{)62}$
-12	-24	-27	-56
2	1	6	6

El número rojo representa el residuo o resto de la división.

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de la división:

https://youtu.be/laDw2BZYOfo?si=epMHaPyJcT5PO3JW

Ejercicios para hacer en la clase:

¿Cuánto es el residuo de las siguientes operaciones? Residuo =?

A) $2\overline{)17}$ =   B) $4\overline{)9}$ =   C) $5\overline{)34}$ =   D) $9\overline{)80}$ =

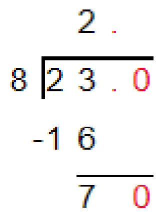
4.3 DIVISIÓN CON DECIMALES

La división con decimales se puede generar porque el divisor o dividendo tiene números decimales o porque el residuo es diferente de cero.

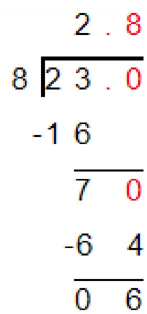
Como ejemplo, se dará seguimiento al ejemplo de la división 23/8:
Realizamos la división de 23/8 como los pasos anteriormente vistos:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8\overline{)2\ 3} \\ -1\ 6 \\ \hline 7 \end{array}$$

Dado que el divisor 8 no puede dividir a 7, se agrega un punto decimal y un cero a la derecha del dividendo, el cero se coloca de la misma forma a un lado del residuo.

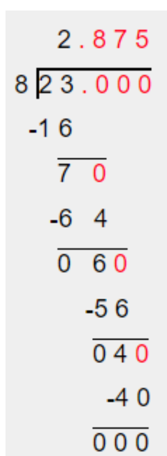


Ahora se busca un número que multiplicado por 8 dé como resultado 70. El número 8 es el factor que multiplicado por 8 es igual a 64, se considera éste factor porque 64 es menor a 70.



El factor 8 pasa a la derecha del cociente y el punto decimal se coloca en la misma posición que en el dividendo.
Se vuelven a repetir los pasos, en el siguiente recuadro se encuentra el ejemplo completo.

Ejemplo:



El número rojo representa los ceros agregados y el cociente a la derecha del punto. La división concluye cuando el residuo es cero.

Ejercicios:

A) $2\overline{)17}$ = B) $4\overline{)9}$ = C) $5\overline{)34}$ = D) $9\overline{)80}$ =

Nota: Como se puede ver en el ejercicio D, la división no puede ser exacta debido a que el residuo nunca va a ser 0.

4.4 DIVISIÓN CON PUNTO DECIMAL

La división con punto decimal permite dividir números que no son enteros y obtener un resultado que también puede ser decimal. En esta sección te guiaremos a través de los pasos necesarios para realizar este tipo de divisiones con ejemplos prácticos.

Ejemplo explicativo 1.

Supongamos que deseas dividir $\frac{45.5}{5}$.

1. Colocamos los valores en la 'casita'. *Nota que el numerador se coloca siempre dentro de la 'casita', y del denominador afuera.*

$$5\,\overline{)\,45.5}$$

2. Buscamos un número que multiplicado por 5 me acerque a 45. En este caso es 9.

$$\begin{array}{r} 9 \\ 5\,\overline{)\,45.5} \end{array}$$

3. Ponemos el resultado de la multiplicación 5x9 debajo del dividendo

$$\begin{array}{r} 9 \\ 5\,\overline{)\,45.5} \\ -45 \end{array}$$

4. Hacemos la resta de la multiplicación de 5x9 con el dividendo.

$$\begin{array}{r} 9 \\ 5\,\overline{)\,45.5} \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$$

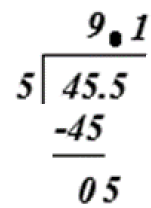
5. Subimos el punto decimal a la derecha del 9.

$$\begin{array}{r} 9. \\ 5\,\overline{)\,45.5} \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$$

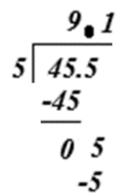
6. Bajamos el siguiente número después del punto del dividendo.

$$\begin{array}{r} 9. \\ 5\,\overline{)\,45.5} \\ -45 \\ \hline 0\;5 \end{array}$$

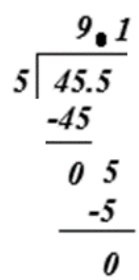
7. Buscamos un número que multiplicado por 5 se acerque al 5 y lo colocamos en el cociente.



8. Multiplicamos el 1x5 y el resultado lo restamos al 5 del residuo.



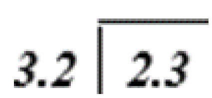
9. Por último, hacemos la resta del paso anterior, y colocamos nuestro nuevo residuo. En esta ocasión, como el residuo es 0 y ya no hay más cifras en el dividendo, la división ha terminado.



Ejemplo explicativo 2.

Ahora, queremos dividir $\frac{2.3}{3.2}$

1. Colocamos los valores en la ‘casita’. *Nota que el numerador se coloca siempre dentro de la ‘casita’, y del denominador afuera*



2. Ajustamos el divisor y el dividendo multiplicándolos por la misma potencia de 10. Multiplicamos por 10 porque en el divisor hay solo decimos (si en el divisor hay centésimos entonces multiplicaríamos por 100). El resultado es 3.2 x 10 =32; y 2.3 x 10 = 23. Con esto nos queda la división.

$$\begin{array}{rl} 32 & \overline{)\,23} \end{array}$$

3. Buscamos un número que multiplicado por 32 nos de 23, como no existe le ponemos 0 en el cociente.

$$\begin{array}{rr} & 0 \\ 32 & \overline{)\,23} \end{array}$$

4. Lo siguiente es anotar un punto decimal al lado derecho del 0 del cociente, y en el dividendo agregamos un 0 (en el dividendo siempre agregaremos 0)

$$\begin{array}{rr} & 0. \\ 32 & \overline{)\,230} \end{array}$$

5. Ahora buscamos un número que multiplicado por 32 me acerque a 230, lo ponemos en el cociente y colocamos el resultado de la multiplicación debajo del dividendo.

$$\begin{array}{rr} & 0.7 \\ 32 & \overline{)\,230} \\ & \underline{-224} \end{array}$$

6. Hacemos la resta de 230 menos 224, y colocamos nuestro primer residuo que es 6

$$\begin{array}{rr} & 0.7 \\ 32 & \overline{)\,230} \\ & \underline{-224} \\ & 6 \end{array}$$

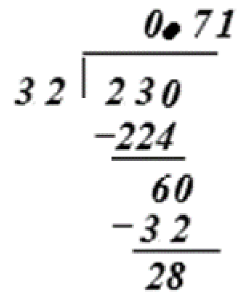
7. Agregamos un 0 a la derecha del 6, lo que lo convierte en 60, y buscamos un número que multiplicado por 32 no acerque a 60. En este caso es 1.

$$\begin{array}{rr} & 0.71 \\ 32 & \overline{)\,230} \\ & \underline{-224} \\ & 60 \end{array}$$

8. Hacemos la multiplicación de 1 x 30 y colocamos el resultado debajo del 60

$$\begin{array}{rr} & 0.71 \\ 32 & \overline{)\,230} \\ & \underline{-224} \\ & 60 \\ & \underline{-32} \end{array}$$

9. Hacemos la resta y obtenemos nuestro nuevo residuo



10. Se pueden repetir los pasos 7, 8 y 9, (ajustando a los nuevos residuos que obtengamos) hasta llegar a un residuo 0.

Ejercicios para hacer en la clase:

a) $\frac{5.7}{3}$
b) $\frac{63}{2}$
c) $\frac{-42.3}{4}$
d) $\frac{5}{12}$
e) $-\frac{62.3}{-21.53}$

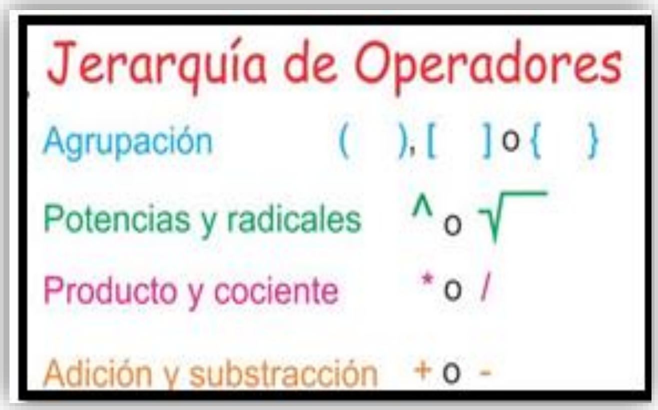
Ejercicios para trabajar en casa

A) 98.03/-6
B) -0.235/4
C) -5.643:2.1
D) 26.31/-0.12
E) 841/0.521
F) ¿Cuántas manzanas se deben comprar si a 7 personas se le entregará una mitad?
G) ¿Cuántas vueltas le da la luz (300,000 km/s) a la tierra en un segundo? Si la circunferencia es de 40,000 km
H) Si un automóvil viaja a una velocidad de 60 km/h, ¿en cuánto tiempo recorre 80 km?
I) ¿Cuántos galones (3.7 ltr) le caben a un tambo de 200 ltrs?
J) Si un avión viaja a 985.562 km/h, ¿en cuánto tiempo llega a la CDMX que está a 700 km?

5. JERARQUIA DE OPERACIONES

Es una regla matemática que establece el orden en que deben realizarse las operaciones aritméticas y algebraicas en una expresión. Esto es importante porque algunas operaciones se deben realizar primero y otras después, con la finalidad de garantizar el resultado correcto en el cálculo de expresiones matemáticas.

La jerarquía de operaciones establece el siguiente orden:



Además, los signos de agrupación, como los paréntesis, los corchetes y las llaves, se utilizan para indicar qué operaciones se deben realizar juntas antes de continuar con el resto de la expresión. Esto también es importante porque puede cambiar el resultado de la expresión si no se respetan los signos de agrupación.

1.- En primer lugar se resuelven los signos de agrupación. Si en la expresión a efectuar se encuentra más de uno de ellos, se efectúan del centro hacia afuera e indican que las operaciones dentro de ellos se realizan en primer lugar.

Estos son:

- paréntesis ( )
- corchete [ ]
- llaves { }

2. En segundo lugar, se efectúan los **exponentes y raíces** (siendo que tienen la misma prioridad, se ejecuta de izquierda a derecha).

3. En tercer lugar, **la multiplicación y/o división.** (siendo que tienen la misma prioridad, se ejecuta de izquierda a derecha).

4. Y en cuarto lugar son la **suma y la resta** (siendo que tienen la misma prioridad, se ejecuta de izquierda a derecha).

Ejemplo1 $\mathbf{3 + 9 * 6}$

Paso 1: Se resuelve la multiplicación: 9 * 6 = 54

Paso 2: Se efectúa la suma 3 + 54 = 57

Ejemplo 2 $(\mathbf{15-5}) * \mathbf{8}$

Paso 1: Se resuelve la resta que se encuentra dentro del parentesís: (15 – 5) = (10)

Paso 2: Se elimina los paréntesis, a través de la multiplicación 10 * 1 = 10

Paso 3: Se efectúa la multiplicación 10 * 8 = 80

Ejemplo 3 $5 + 24 \div 12 \bullet 15 - 10$

Paso 1: Al tener una multiplicación y división en la misma expresión, y siendo que tienen la misma prioridad, se ejecuta de izquierda a derecha.

En este caso, iniciamos con la división: $24 \div 12 = 2,$

quedando: $5 + 2 \bullet 15 - 8$

Paso 2: Posteriormente efectuamos la multiplicación: $2 \bullet 15 = 30,$

quedando: $5 + 30 - 10$

Paso 3: Queda la suma y la resta; al tener ambas la misma prioridad, se ejecuta de izquierda a derecha:

Efectuamos la suma: $5 + 30 = 35$

Quedando $35 - 10 = \underline{\mathbf{25}}$

Ejemplo 4 $5\,(2^2 - 5\,) + 4 * 3^2 - 15 * 2$

$= 5\,(4 - 5) + 4 * 3^2 - 15 * 2$

$= 5\,(-1) + 4 * 9 - 15 * 2$

$= -5 + 4 * 9 - 15 * 2$

$= -5 + 36 - 15 * 2$

$= -5 + 36 - 30$

$= 31 - 30$

$= 1$

Ejemplo 5 $4+2\,(1+8*\ 3^2)-\left\{\left[1+\ \sqrt{36}\right]+12\div 4\right\}=$

$=\ 4+2\,(1+8*\ 9)-\ \{[1+\ 6]+12\div 4\}$

$=4+2\,(1+72)-\ \{[7]+12\div 4\}$ =-

= $4+2\,(73)-\ \{7+12\div 4\}$

= $4+146-\ \{7+3\}$

= $4+146-10$

= 150-10

= 140

Ejercicios para hacer en la clase:

a) $10+\ 6*6\ +3=$

b) $[\ (10\div 5\ )+(2+10)+5]\sqrt{49}=$

c) $4+3\,\{9-[\,(15\ \div 5)\,(12+\ 4-6)+5]\}=$

d) $6*3+2+\ \{9*6-[\,(5*8)-\ (2*9)\ -3]\}=$

e) $21\div 3+5-\ \{9-6+[(2+14\ \div 7)-\ (12*3\ \div 4)+12]\}=$

Ejercicios para trabajar en casa:

a) $4+2\left\{9-\left[\sqrt{16}+3\ \ (12+\ 5^2-42\ \div 7)+5\right]\right\}=$

b) − (9 - 5 − 15) + (-4 + **2** - 9) − (-1**4** +1 + 3**6**) =

c) 5 − 1**3** + [2**4** + (-8 + 14) − (1**5** − 8) + 1**6**] − 1**8**=

d) -7x + 3x + 2x =

e) $2x^2 + 7x - 12 + 3x + 11 + 6x^2 + 4 - 10x - 4x^2 =$

Vea los siguientes videos para una mejor compresión del cálculo de la jerarquía de las operaciones:

https://www.youtube.com/watch?v=XV5PiV2-91U

https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=jerarquia+de+operaciones+ejercicios#fpstate=ive&vld=cid:961f5e3b,vid:D90FxPQ7bRk,st:0

ttps://www.google.com/search?client=firefox-b-d&sca_esv=e1d839af44a7b9af&tbm=vid&sxsrf=ADLYWIJ5CdOixIABgIznQEl6jU-viZNAyA:1720036724476&q=jerarquia+de+operaciones+ejercicios&sa=X&ved=2ahUKEwiU7tmP1IuHAxUiJEQIHY0XDVkQ8ccDegQIGBAF&biw=1920&bih=955&dpr=1#fpstate=ive&vld=cid:d59c71ef,vid:D5sCZl1TKI8,st:0

Primera Evaluación

6. INTRODUCCIÓN A LOS NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son aquellos que pueden expresarse como el cociente de dos números enteros, donde el denominador no es cero. Por ejemplo, 1/2, -3/4, y 5 son números racionales.

Es importante mencionar que los números racionales son lo que comúnmente conocemos como fracciones. Como recordatorio para el lector, el número que aparece arriba de la fracción es a lo que llamaremos **numerador**, y el número que aparece abajo **denominador**.

$$\frac{5}{8}$$

NUMERADOR

DENOMINADOR

7. SUMA DE NÚMEROS RACIONALES

7.1 Suma de Números Racionales con el Mismo Denominador

Para sumar número racionales con igual denominador, únicamente se suman los numeradores y se recorre el denominador (esto porque son el mismo tipo de fracción).

Ejemplo Explicativo 1:

Suma de $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$

1. Sumar los numeradores: 2 + 3 = 5

2. Colocar el mismo denominador: 5

3. Resultado: $\frac{5}{5} = 1$

Ejemplo Explicativo 2:

Suma de $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

1. Sumar los numeradores: 1 + 3 = 6

2. Colocar el mismo denominador: 4

3. Resultado: $\frac{5}{4}$

Ejercicios para hacer en la clase

a) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{3}{87} + \frac{2}{87}$

d) $\frac{1}{3} + \frac{4}{3}$

e) $\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$

Ejercicios aplicados para hacer en la clase.

1. Si tienes $\frac{2}{5}$ de una pizza y tu amigo te da $\frac{1}{5}$ más, ¿cuánta pizza tienes ahora?

2. En una carrera, Juan corrió $\frac{3}{4}$ de la distancia y luego $\frac{1}{4}$ más, ¿qué fracción del total ha corrido?

Ejercicios para trabajar en casa

1. $\frac{6}{7} + \frac{3}{7}$
2. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$
3. $\frac{8}{9} + \frac{1}{9}$
4. $\frac{2}{11} + \frac{6}{11}$
5. $\frac{5}{12} + \frac{7}{12}$

Ejercicios aplicados para trabajar en casa:

1. María tiene una cuerda de $\frac{1}{3}$ de metro y añade otra de $\frac{2}{3}$ metro, ¿cuál es la longitud total?

2. En un examen, Pedro acertó $\frac{7}{10}$ de las preguntas y luego respondió correctamente $\frac{2}{10}$ más, ¿qué fracción de las preguntas respondieron correctamente?

3. Si un recipiente tiene $\frac{5}{8}$ litros de agua y añadimos $\frac{3}{8}$ más, ¿cuántos litros hay en total?

7.2 Suma de Números Racionales con Diferente Denominador

Cuando sumamos fracciones que tienen diferentes denominadores, debemos seguir algunos pasos clave para asegurarnos de que el proceso sea correcto. Estos pasos están diseñados para convertir las fracciones en fracciones equivalentes con el mismo denominador, de modo que podamos sumar las partes de manera adecuada. El paso primordial es utilizar el mínimo común múltiplo que significa identificar los múltiplos de cada denominador y elegir el primer múltiplo que sea igual para los denominadores.

Ejemplo Explicativo 1:

Suma de $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$

1.Encontrar el denominador común

El mínimo común múltiplo de 4 y 3 es 12. Para obtener el mínimo común múltiplo consideramos los múltiplos de 4 y de 3

Para 4 sus múltiplos son: 8,12,16,20,24…

Para 3 sus múltiplos son:6, 9, 12, 15, 18, 21,24…

Por lo tanto, el múltiplo que aparece en las dos listas primero es el **12**, a este número es al que llamamos mínimo común múltiplo.

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo del mínimo común múltiplo:

https://youtu.be/Hxkb3i85qDw?si=GjAmDIX3hDed2KFe

2. Convertir las fracciones:$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ y $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

3. Sumar los numeradores: 3 + 4 = 7.

4. Colocar el denominador común: 12.

5. Resultado: $\frac{7}{12}$

Ejemplo Explicativo 2:

Suma de $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

1. Encontrar el denominador común (mínimo común múltiplo de 5 y 10 es 10).

2. Convertir las fracciones: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ y $\frac{3}{10}$ queda igual.

3. Sumar los numeradores: 4 + 3 = 7.

4. Colocar el denominador común: 10.

5. Resultado: $\frac{7}{10}$

Ejercicios para hacer en la clase

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{7} + \frac{3}{14}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{5} + \frac{2}{15}$

e) $\frac{4}{9} + \frac{2}{3}$

Ejercicios aplicados para hacer en la clase.

1. Juan tiene $\frac{1}{3}$ de una torta y le regalan $\frac{1}{6}$ más, ¿cuánta torta tiene ahora?

2. En un estadio, se vendieron $\frac{2}{7}$ de las entradas en un día y $\frac{3}{14}$ en otro, ¿qué fracción del total se vendió?

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de suma de fracciones con diferente denominador:

https://youtu.be/VbB8jodHTH0?si=yPSEfciEgGlfpDuA

Ejercicios para trabajar en casa

1. $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}$
2. $\frac{7}{8}+\frac{1}{2}$
3. $\frac{2}{11}+\frac{3}{22}$
4. $\frac{3}{5}+\frac{4}{10}$
5. $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$

Ejercicios aplicados para trabajar en casa:

3. Si un recipiente tiene $\frac{3}{4}$ litros de jugo y se le añaden $\frac{1}{8}$ litro más, ¿cuántos litros hay en total?

4. Pedro ha leído $\frac{1}{5}$ de un libro y luego lee $\frac{1}{15}$ más, ¿qué fracción del libro ha leído?

5. Si una botella tiene 4/9 litros de agua y se añaden 2/3 más, ¿cuántos litros hay ahora en total?

8. RESTA DE NUMEROS RACIONALES

8.1. Resta de fracciones con el mismo denominador:

Para poder restar fracciones, es fundamental que tengan el mismo denominador. Si las fracciones que quieres restar ya tienen el mismo denominador, simplemente restas los numeradores y mantienes el denominador igual.

Ejemplo 1:

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{8}{2} - \frac{6}{2} = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2}$$

8.2 Resta de fracciones con diferente denominador

Para restar fracciones con diferente denominador primeramente debes encontrar el denominador común.

Método 1. Mínimo común múltiplo (MCM)

1. Identifica los denominadores de las fracciones que deseas restar.
2. Encuentra el mínimo común múltiplo (MCM) de los denominadores. El MCM es el menor número que es divisible por todos los denominadores involucrados.
3. Identificar el mayor común denominador de las fracciones que se van a restar.
4. El mayor común denominador se divide entre el denominador de la primera fracción, el resultado de la división se multiplica por el numerador.
5. Una vez que se divide y se multiplica, el resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción.
6. Se realiza el mismo procedimiento con la otra fracción y se realiza la resta con los numeradores que resultaron.
7. Siempre que sea posible hay que simplificar la fracción que resulte.

Ejemplo 1:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

MCM 3 4| 2

3 2|2

3 1|3 = 2 x 2 x 3 = 12

1

Ejemplo 2:

$$\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{9-8}{6} = \frac{1}{6}$$

MCM 2 3| 2

1 3|3 = 2 x 3 = 6

1

Método 2. Multiplicación en cruz

Puedes encontrar un denominador común multiplicando los denominadores originales entre sí. Sin embargo, el MCM es la forma más común y eficiente de encontrar un denominador común.

1. Se multiplica los denominadores de las fracciones.
2. Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción. El resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción.
3. Se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción. El resultado se coloca en el numerador.
4. Se realiza la resta con los numeradores que resultaron.
5. Siempre que sea posible hay que simplificar la fracción que resulte.

Ejemplo 1

$$\frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{20-6}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

Ejemplo 2

$$\frac{8}{5} - \frac{2}{3} = \frac{24-10}{15} = \frac{14}{15}$$

Ejercicios para hacer en la clase:

a) $\frac{7}{2} - \frac{5}{3} =$ **b)** $\frac{3}{2} - \frac{5}{4} =$ **c)** $\frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$ **d)** $\frac{7}{4} - \frac{5}{4} =$ **e)** $\frac{6}{2} - \frac{7}{2} =$

Ejercicios aplicados para hacer en la clase:

1. Una empresa compró $\frac{2}{3}$ de un stock de materiales y luego devolvió $\frac{1}{5}$ de lo que compró por ser defectuoso. ¿Qué fracción del stock original conservó la empresa?
2. Ana compro $\frac{3}{4}$ de un pastel de vainilla, su hermano Juan se comió $\frac{1}{8}$ de lo que ella compró, ¿Qué cantidad de pastel le quedó a Ana? ¿Qué cantidad de pastel queda después de que Juan tomó su porción con respecto al pastel entero?

Ejercicios para la casa:

f) $\frac{6}{6}-\frac{2}{2}=$ **g)** $\frac{7}{2}-\frac{5}{4}=$ **h)** $\frac{2}{2}-\frac{5}{6}=$ **i)** $\frac{6}{3}-\frac{6}{4}=$ **j)** $\frac{6}{8}-\frac{3}{8}=$

Ejercicios aplicados para la casa:

3. En una bolsa hay $\frac{5}{4}$ de kilogramo de caramelos y $\frac{1}{3}$ de kilogramos de chocolates. Si se repartieron $\frac{1}{2}$ de los caramelos y $\frac{1}{4}$ de los chocolates, ¿Qué cantidad de caramelos queda sin repartir?
4. Una receta de galletas requiere $\frac{3}{4}$ tazas de harina, si inicalemnete habían $\frac{4}{2}$ de tazas de harina en la despensa ¿Cuántas tazas de harina nos quedaron después de preparar las galletas?
5. En una escuela se producen 2 toneladas de basura de papel al año, si se recicla $\frac{5}{4}$ del total del papel, ¿Qué fracción de papel no se logra reciclar?

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de la resta de fracciones: https://www.youtube.com/watch?v=FRPijN0ie3U

9.MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

La multiplicación de dos fracciones es la fracción que se obtiene multiplicando los numeradores y los denominadores:

Es decir, tenemos que multiplicar "numerador por numerador" y "denominador por denominador".

También, podemos usar la × para representar la multiplicación, aunque se recomienda usar el punto.

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}$$

Vea el siguiente video para una mejor compresión del cálculo de multiplicación de fracciones: **https://edu.gcfglobal.org/es/fraccionarios/multiplicacion-de-fracciones/1/**

Ejemplos 1:

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 3}=\frac{8}{9} \qquad \frac{5}{2}\times\frac{6}{2}=\frac{5\times 6}{2\times 2}=\frac{30}{4} \qquad \frac{5}{6}\times\frac{4}{3}=\frac{5\times 4}{6\times 3}=\frac{20}{18}$$

$$\frac{8}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{8\times 2}{3\times 4}=\frac{16}{12}$$

Ejemplos 2:

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{2} \times \frac{8}{2} = \frac{3 \times 4 \times 8}{2 \times 2 \times 2} = \frac{96}{8} \qquad \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{10}{4} = \frac{3 \times 5 \times 10}{4 \times 4 \times 4} = \frac{150}{64}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{2 \times 4 \times 4}{3 \times 2 \times 6} = \frac{32}{36} \qquad \frac{5}{4} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3}{4 \times 8 \times 2} = \frac{60}{64}$$

$$4\frac{2}{5} \bullet 3\frac{4}{8} = \frac{22}{5} \bullet \frac{28}{8} = \frac{616}{40}$$

Ejercicios para hacer en la clase:

A) $\frac{4}{3} \times \frac{7}{2} \times \frac{3}{2} =$ B) $\frac{4}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} =$ C) $\frac{3}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{3}{2} =$ D) $\frac{6}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{2}{6} =$

E) $\frac{5}{3} x \frac{3}{3} =$

Ejercicios aplicados para hacer en la clase:

1. Un bote de jugo tiene una capacidad de ¾ de litro, Si compro 10 botes ¿cuántos litros he comprado en total?

2. Una persona quiere repartir 9 litros de miel en envases que tienen una capacidad de 1/3 de litro, ¿cuántos envases llenaré?

Ejercicios para trabajar en casa

F) $\frac{4}{5} x \frac{3}{6} =$ G) $\frac{2}{9} x \frac{4}{7} =$ H) $\frac{-5}{3} x \frac{-7}{8} =$

I) $\frac{3}{8} x \frac{-9}{5} x \frac{-3}{9} =$ J) $\frac{8}{4} x \frac{-2}{8} x \frac{-2}{8} =$

Ejercicios aplicados para trabajar en la casa:

1. Una atleta corre cada día 3 ½ kilómetros por día, ¿Cuántos kilómetros habrá recorridos en 15 días?

3. En un curso de matemáticas de 30 alumnos aprobaron 4/5 del salón, ¿cuántos estudiantes aprobaron la materia? y ¿cuántos reprobaron?

4. Un bote está lleno de agua hasta los 4/5 de su capacidad. Si se consume la mitad de agua que contiene

   a) ¿Qué fracción del recipiente se ha consumido?
   b) Si la capacidad del recipiente es de 80 litros, ¿cuántos litros quedan en el recipiente?

10. DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES.

La **división de fracciones** es una operación matemática que se realiza entre dos números fraccionarios (o también llamados números racionales), y el resultado de esta operación será siempre una fracción. Esta operación se caracteriza porque en la misma intervienen un numerador y un denominador, es decir, una fracción dividida entre otra fracción.

La división de fracciones es una operación matemática en la que se hace el producto de los numeradores y denominadores por separado y no tiene límite de fracciones. La división de dos números racionales es otro número racional que tiene:

Por numerador el producto de los extremos

Por denominador el producto de los medios

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{30}{7}$$

También podemos definir la división de dos números racionales como producto del primero por el inverso del segundo

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{5\,x\,6}{7\,x\,1} = \frac{30}{7}$$

Puedes ver el siguiente video

https://edu.gcfglobal.org/es/fraccionarios/division-de-fracciones/1/

Ejemplos:

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \qquad \frac{5}{2} \div \frac{6}{2} = \frac{5 \times 2}{2 \times 6} = \frac{10}{12} \qquad \frac{5}{6} \div \frac{4}{3} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4} = \frac{15}{24}$$

$$\frac{8}{3} \div \frac{2}{4} = \frac{8 \times 4}{3 \times 2} = \frac{32}{6}$$

$$6\frac{5}{3} \div 3\frac{4}{5} = \frac{23}{3} \div \frac{19}{5} = \frac{23x5}{3x19} = \frac{115}{57}$$

Ejercicios para hacer en la clase:

A) $\frac{5}{3} \div \frac{3}{3} =$ B) $\frac{9}{2} \div \frac{5}{2} =$ C) $\frac{6}{5} \div \frac{4}{3} =$ D) $\frac{6}{8} \div \frac{2}{2} =$ E) $\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} =$

Ejercicios para trabajar en casa:

A) $\frac{4}{3} \div \frac{7}{6} =$ B) $-\frac{9}{5} \div \frac{8}{6} =$ C) $\frac{2}{3} \div \frac{8}{12} =$

D) $\frac{9}{7} \div \frac{3}{12} =$ E) $\frac{9}{8} \div \frac{2}{3} =$

Ejercicios aplicados para trabajar en la casa

1. Un jardinero gasta 2/3 de agua por cada planta que riega, ¿Cuántas plantas puede regar si tiene 30 litros?

2. Diego está organizando una reunión con 12 amigos y dispone de una pizza y media para compartir. Las porciones que sirve son de un 1/8 de pizza. ¿será suficiente la pizza que tiene, o deberá comprar más?

3. María elaboro 24 litros de gel antimaterial y desea embotellarlos en botellas de 3/8 de litro, ¿cuántos envases necesitará?

4. Una persona va al mercado y compra 2/3 de kilo de uvas y lo reparte entre 3 niños, ¿Qué cantidad en kilogramos de uva le corresponde a cada niño?

5.Se desea repartir 3 ½ de kilos de caramelos en porciones iguales para cierto número de personas. Si a cada persona le corresponde 1/5 parte de kilo. ¿Para cuántas personas alcanzará?

Evaluación 2.

Material elaborado por los docentes de la Academia de Pensamiento Matemático:

1. Cruz Ramírez Asunción Hébert
2. De León Vásquez Margarita
3. Hernández Olea Liborio
4. López Regalado Guillermo
5. Orozco Celaya Leonel
6. Para Ríos Antonio
7. Salinas Ruiz Crescenciano
8. Benítez Alonso Wendy Viridiana
9. Martínez Trujano Maribel
10. Cruz García Francisco Antonio
11. Serrano Nieto Lizet Verónica

Santa María Huatulco, Oaxaca, a 04/07/2024